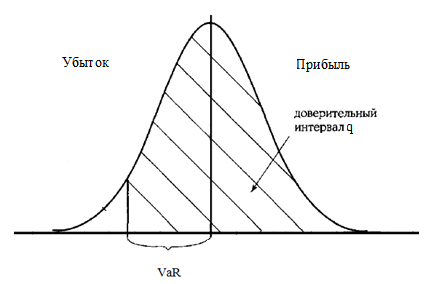
**Тема 4. Управление рыночными рисками**

4.2 Показатель VaR как мера рыночного риска

Рыночный VaR(Value at Risk, VaR) *–* это выраженная в базовой валюте статистическая оцен­ка максимальных потерь, ожидаемых в течение данного периода вре­мени с заданной вероятность, обусловленных воздействием рыночных факторов риска.



Существенными характеристиками VaR являются:

* базовая валюта, в которой рассчитывается величина VaR;
* временной горизонт расчета – период, на который рассчитывается величина VaR. Временной горизонт для расчета VaR обычно выбирается ис­ходя из срока удержания данного инструмента в портфеле или его ликвидности;
* глубина периода расчета – объем ретроспективных или искусственно смоделирован­ных данных, на основе которых рассчитывается оценка VaR;
* вероятность непревышения VaR (доверительный интервал). Уровень доверия выбирается в за­висимости от предпочтений по риску, выраженных в регламентирующих до­кументах надзорных органов или сложившихся в корпоративной практике;
* предположение о характере поведения рынка (метод расчета).

Так, например, запись 1-day 95% USD VaR означает: временной горизонт – 1 день, доверительный уровень 95%, базовая валюта – USD.

Предположим, что некоторый портфель *Р* остается неизменным (по структуре) в течение определенного временного горизонта: от текущего момента времени 0 до некоторого момента времени в будущем 1. Таким образом, портфель *Р* представим в виде

(*Р0, Р1*),

где *Р0* – стоимость портфеля в момент времени 0,

*Р1* – стоимость портфеля в момент времени 1.

Расчет показателя VaR основан на выявлении факторов рыночного риска – любой случайной величины, влияющей на рыночную стоимость портфеля в момент времени, который соответствует концу горизонта расчета.

Факторами риска могут быть: цены активов, входящий в портфель; курсы валют; процентные ставки и т.д.

Из этих случайных величин строится вектор ключевых рисковых факторов (ключевой вектор) *К1={К1i, i=}*.

Вектор является ключевым, если:

* при помощи компонент данного вектора можно явно, т.е. в функциональном виде, выразить стоимость портфеля;
* данный вектор не содержит компонент, от которых не зависит стоимость портфеля;
* компоненты данного вектора котируются на рынке, т.е. доступны исторические данные.

К сожалению (или наоборот), выбор ключевых факторов риска строго не формализуем.

Пример: в момент времени *t0* портфель содержит акции А, В, С, котирующиеся в USD. Необходимо вычислить VaR портфеля в EUR на момент времени *t1*.

Тогда, ключевой вектор может быть задан как:

,

где *К11* – стоимость одной акции А в момент времени *t1*, USD;

*К12* – стоимость одной акции В в момент времени *t1*, USD;

*К13* – стоимость одной акции С в момент времени *t1*, USD;

*К14* – курс USD/EUR в момент времени *t1*.

Для моделирования ключевых факторов могут быть использованы различные вероятностные распределения, включая нормальное, логнормальное, распределения Стьюдента и др. Однако наиболее часто используется предположение, что ключевой вектор размерности *n* имеет многомерное нормальное распределение:

,

где – математическое ожидание;

– ковариационная матрица.

Каждая компонента вектора специфицируется с учетом того, что представляет собой ключевой вектор :

* если ключевой фактор представляет собой цену, процентную ставку, обменный курс, то принято считать, что

.

* если ключевой фактор представляет собой некоторую разность или доходность (т.е. может принимать как положительные, так и отрицательные значения), то принято считать, что

Структура портфеля – вектор-строка *h*, каждая компонента которого определяет количество единиц соответствующего актива в портфеле:

.

Любое отображение ключевого вектора на стоимость портфеля Р1 называется функцией стоимости портфеля или портфельным отображением:

Функция стоимости портфеля линейна, если она имеет вид

,

где – вектор-строка;

– скаляр.

В частном случае, вектор-строка совпадает со структурой портфеля *h*, а скаляр равен 0: ,

Итак, общий подход к расчету VaR состоит в следующем:

1. по имеющимся историческим данным оцениваются характеристики вероятностного распределения ключевых факторов риска *К1*, как правило мат. ожидание и ковариационная матрица;
2. строится портфельное отображение *P1=f(K1)*. Это позволяет связать характеристики распределения ключевых факторов с характеристиками распределения *P1*;
3. определяются характеристики вероятностного распределения *P1*, которые достаточны для расчета VaR. Этот процесс называется процедурой трансформации. Трансформации подразделяются на две категории:

* аналитические;
* численные.

К данным категориям относится множество типов трансформации:

* линейная (аналитическая) трансформация применяется, если функция стоимости портфеля является линейным полиномом;
* квадратичная (аналитическая) трансформация применяется, если функция стоимости портфеля является квадратичным полиномом;
* трансформация Монте-Карло (численная) применяется для любой функции стоимости портфеля;
* трансформация методом исторических реализаций (численная) применяется для любой функции стоимости портфеля.

Рассмотрим наиболее простую форму трансформации – линейную.

Имеем линейную функцию стоимости портфеля:

Обозначим дисперсию распределения

Тогда,

.

Если вектор-строка *b* совпадает со структурой портфеля *h*, то

Так как – линейный полином случайной величины , имеющей (как правило) многомерное нормальное распределение, поэтому стандартным предположением о характере вероятностного распределения стоимости портфеля является предположение о его нормальности с математическим ожиданием и стандартным отклонением .

Для нормально распределенной случайной величины доверительный интервал всегда характеризуется единственным параметром: квантилем – числом, делящим распределение случайной величины в определенной пропорции.

Тогда при линейной трансформации имеем

*,*

где *–* стоимость портфеля в момент времени 0;

*–* математическое ожидание *P1*;

*–* квантиль стандартного нормального распределения,

соответствующая заданному доверительному интервалу;

*–* стандартное отклонение *P1*.

Напомним, что квантиль для стандартного нормального распределения определяется в специальных таблицах или с помощью функции MS Excel =НОРМСТОБР (вероятность).

Для коротких горизонтов расчета, таких как один день или одна неделя, можно считать, что математическое ожидание стоимости портфеля *P1* равно его текущей стоимости , т.е. . В этом случае

Другие методы трансформации подробно описаны в [1, 2].

Рассмотрим пример расчета VaR.

Портфель в момент времени t1 содержит акции А, В и С, котирующиеся на рынке в USD, и имеет структуру h = (-1500, 1000, 2000). Вычислить однодневный 90% VaR в USD для данного портфеля по следующим данным

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Момент времени | Цена акции А, USD | Цена акции B, USD | Цена акции С, USD |
| -3 | 42,18 | 128,13 | 82,17 |
| -2 | 42,27 | 122,04 | 81,15 |
| -1 | 43,89 | 120,00 | 85,43 |
| 0 | 41,08 | 125,46 | 80,02 |

Предположение: цена акции каждого типа имеет нормальное распределение.

Решение

Факторами риска стоимости данного портфеля в момент времени t1 является цена акции А, В и С в момент времени t1, следовательно, ключевой вектор есть

Исходим из часто применяемого предположения, что ключевой вектор *К1* имеет многомерное нормальное распределение: . Найдем его параметры.

Так как компоненты ключевого вектора представляют собой цену акции, то принимается, что

Ковариационная матрица вектора *К1* – набор попарных ковариаций цен акций между собой:

Функцию стоимости данного портфеля можно представить как

.

Так как стоимость портфеля в момент времени t1 линейно зависит от многомерной нормально распределенной случайной величины *К1*, то она имеет нормальное распределение: . Найдем ее параметры.

Напомним, что для коротких горизонтов расчета (1 день) принято считать, что

Дисперсия стоимости портфеля вычисляется по формуле

Важно заметить, что, не применяя матричное исчисление, дисперсию стоимости портфеля можно было бы вычислить и по формуле (4.1).

И, наконец, однодневный 90% VaR портфеля вычисляется по формуле

Литература

1. Долматов, А.С. Математические методы риск-менеджмента [Текст] : учебник для вузов / А.С. Долматов. – М. : Экзамен, 2007. – 319 с.
2. Энциклопедия финансового риск-менеджмента [Текст] : энциклопедия / под ред. А.А. Лобанова, А.В. Чугунова. – 4-е изд., испр. и доп. – М. : Альпина Бизнес Букс, 2009. – 931 с.